ANÁLISE DO PROCESSO DECISÓRIO EM CONTROLE DE QUALIDADE

Alessandro Firmiano de JESUS [*]
Laércio Aparecido LUCAS [**]

RESUMO

Formulações matemáticas são necessárias na compreensão, previsão e controle de várias situações elaboradas. A inspeção de qualidade poderia encontrar na estatística inferencial fundamentação científica para o processo da tomada de decisão. Este trabalho destaca a importância do teste de hipóteses e da amostragem como instrumentos de auxílio para detectar a qualidade de produtos em diversas situações cotidianas das empresas. Utilizou-se uma aproximação da **distribuição normal** pela **distribuição binomial** na análise que minimiza a probabilidade de ocorrência de **erro Tipo I**, num certo nível de significância α. Resultados de sistemas de uma linha de produção tidos como “sob controle” são apresentados como uma aplicação direta do cálculo de probabilidades.

PALAVRAS-CHAVE: Teste de hipóteses. Amostragem. Distribuição binomial. Linha de produção.

1. Introdução

Informações surgem a uma velocidade surpreendente. Na necessidade de um tratamento rigoroso destas informações para obtenção de dados compilados à tomada de decisão, buscam-se, também na matemática, ferramentas ideais para a otimização e resolução de problema no âmbito da administração de empresas (FIRMIANO, 2005).

Além das simples habilidades aritméticas e das noções básicas do Cálculo, o administrador deverá transcender na sua formação complementar (GOLDSTEIN *et al*, 2003). Deverá ser capaz de identificar o princípio matemático do *software* que estará adquirindo, reconhecer a lógica que orquestrará a sua empresa, elaborar coletas de dados estatísticos não-tendenciosos e ter senso crítico aguçado para compor uma modelo que o auxiliará em sua logística.

O administrador poderia se familiarizar com elementos e artifícios desenvolvidos e estruturados na matemática e outra ciência, que são dedicados a tornar as teorias acessíveis e com alto grau de aplicabilidade (GAERTNER, 1994).

É fato que tomar uma decisão, em qualquer situação, é uma atividade de alta relevância (GOMES 2001). O mesmo ocorre para as empresas. O responsável direto pela decisão, além de larga experiência e conhecimentos específicos, necessita de argumentação científica para apresentar-se seguro de suas atitudes e posicionamentos, pois, na maioria das vezes, sua determinação ou sentença envolvem altos custos ou pessoas as quais lhe estão subordinadas.

Existem técnicas da Estatística, conhecidas como **teste de hipóteses**, que fornecem aos cientistas embasamento teórico para suas pesquisas. Estas técnicas podem ser aplicadas aos administradores de empresas que desejam seguir este ou aquele caminho, investirem seus recursos neste ou naquele setor, ou ainda, lançar ou não determinado produto no mercado (GARRITY, 2000).

---

[*] Professor mestre da Academia da Força Aérea – AFA – Pirassununga (SP) – lezandro@gmail.com
[**] Professor doutor da Academia da Força Aérea – AFA – Pirassununga (SP) – la.lucas@itelefonica.com.br

Enfim, no mundo cada vez mais globalizado, com a revolução tecnológica e a árdua busca pela competitividade, as novas soluções para as mais diversas situações-problema requerem um administrador aberto a promover mudanças que o auxiliaram nos seus métodos empíricos (FEA-PUCSP, 2004).

> Mudança é a passagem de um estado para outro. É a transição de uma situação para outra situação diferente. Mudança representa transformação, perturbação, interrupção, fratura. A mudança está em toda parte: nas organizações, nas cidades, nos hábitos das pessoas, nos produtos e serviços, no tempo e no clima, no dia-a-dia. (CHIAVENATO,1997, p.24)

O objetivo deste trabalho consiste em uma aplicação do teste de hipótese, nos processos decisórios do controle de qualidade, para obtenção de fundamentação científica na tomada de decisão. Neste cenário, mostra-se possível a identificação de questões da administração de empresas passíveis de modelagem matemática para um tratamento teórico, acessível e eficiente, cujo retorno possa ser mensurável.

2. Metodologia

A Estatística fornece uma grande quantidade de material de apoio que pode ser utilizado na apresentação de dados, medidas-resumo, comparações com as conhecidas amostras normais, mas sempre considerando certas condições, exigências e suposições para aplicações dos mesmos. Nesse sentido, avançando um pouco mais na investigação da Estatística como ferramenta de apoio à pesquisa e à decisão, são apresentados métodos de teste de hipóteses, como técnica para analisar diferenças de amostras e tomar decisões. O teste de hipóteses se inicia com alguma teoria, demanda ou afirmativa sobre um determinado parâmetro de uma população. Os tópicos seguintes resumem a metodologia adotada.

1) A hipótese nula H_0 é a hipótese a ser testada.
2) A hipótese alternativa H_1 é desenvolvida como o oposto da hipótese nula, e representa a conclusão apoiada, se a hipótese nula for rejeitada.
3) A hipótese nula sempre se refere a um valor especificado do parâmetro da população e não da estatística da amostra.
4) A afirmativa da hipótese nula sempre contém um sinal de igualdade com relação ao valor do parâmetro especificado.
5) A afirmativa da hipótese alternativa nunca contém um sinal de igualdade com relação ao valor do parâmetro especificado.

H_0 também é conhecida como a hipótese de nulidade e H_1 como hipótese alternativa (ACHCAR, 2000).

Nos últimos anos, com a ampla disponibilidade de aplicativos estatísticos, um método de teste de hipóteses, de aceitação crescente, envolve o conceito do **valor *p***. O *valor p* é a probabilidade de se obter uma estatística de teste igual ou mais extrema que o resultado obtido a partir dos dados da amostra, dado que a hipótese nula H_0 seja verdadeira. Torna-se necessário, assim, um método para determinar quando os resultados acusam uma diferença estatisticamente significante. Então, é comum estabelecer um **nível de significância** denotado pela letra grega α (MOORE & McCABE, 1999). Tradicionalmente, α = 0,05 = 5%, ou seja, tem-se 95% de confiança ao rejeitar a hipótese nula H_0. Ao se combinar α fixado com o *valor p* encontrado, analisa-se o seguinte: se $p < \alpha$, rejeita-se H_0, caso contrário, mantém-se H_0. Em outras palavras, ao se comparar o *valor p* com α decide-se sobre a aceitação ou rejeição da hipótese nula. Em termos das hipóteses:

- se o *valor p* for menor do que um nível de significância α, a hipótese nula H_0 é rejeitada;

- se o *valor p* for maior ou igual a um nível de significância α, a hipótese nula H_0 não é rejeitada.

Uma vez que a hipótese estatística é uma afirmação a ser confirmada sobre uma população estatística que é estudada, a validade dessa hipótese é avaliada a partir da informação obtida das amostras escolhidas da população em estudo. Decisões são tomadas com base naquilo que se considera verdadeiro.

Assim, surge o chamado de **erro tipo I**, ou seja, um erro que ocorre quando a hipótese H_0 é verdadeira, mas a análise da amostra leva à conclusão de que H_0 deve ser rejeitada. Outro erro cometido, conhecido como **erro tipo II**, ocorre quando a hipótese H_0 é falsa, mas a análise da amostra leva à conclusão de que H_0 não deve ser rejeitada.

A tabela 1 exibe os tipos de erros associados ao teste de hipóteses:

Tabela 1 - Teste de Hipóteses e os Tipos de Erros

Conclusão do teste	H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
Não rejeitar H_0	Decisão correta	Decisão errada (erro tipo II)
Rejeitar H_0	Decisão errada (erro tipo I)	Decisão correta

Em suma, o teste de hipóteses é uma estatística cujo objetivo seria minimizar a ocorrência do **erro tipo I** ao estabelecer um nível de significância.

Significância em estatística implica na idéia de que vem a ser muito provável que um resultado, similar ao que foi obtido na amostra, teria sido obtido se toda a população tivesse sido avaliada (VIEIRA, 1999). A probabilidade máxima de **erro tipo I** de um teste de hipóteses é definida como o nível de significância do teste.

3. A Estatística como ferramenta da tomada de decisão em controle de qualidade

Tornou-se tradição na análise estatística iniciar o trabalho testando a hipótese nula. Essa hipótese geralmente é estabelecida com o intuito de rejeitá-la. Ao analisar um problema prático de tomada de decisão numa empresa, especificamente numa linha de produção de produtos ou na sua inspeção, a situação descrita a seguir poderia estar caracterizada (MOORE & McCABE, 1999).

Em uma pesquisa, um fornecedor envia um tipo de produto em grandes lotes para uma fábrica. Por experiências anteriores, um lote é considerado aceitável, em termos de qualidade, se no máximo 8% das unidades do produto são defeituosas. Então, o supervisor seleciona uma amostra aleatória para decidir se aceita o lote ou não.

Alguns problemas surgem. Como realmente testar se os resultados da amostra são válidos com respeito a alguns padrões ou níveis predefinidos de desempenho ou comportamento? Para tal, o supervisor acima poderia elaborar duas hipóteses para se decidir por uma delas.

3.1. Formulação das hipóteses

Suponha que na pesquisa de uma amostra com n peças, foram encontradas X peças defeituosas, apurando-se assim a proporção $p = \frac{X}{n}$. Pode-se notar que, numa outra amostra de tamanho n, outro valor de p poderia ser encontrado.

Considerando o parâmetro p, as hipóteses seriam:

$$\begin{cases} H_0 : p \geq 0{,}08, \text{ o lote será rejeitado} \\ H_1 : p < 0{,}08, \text{ o lote será aceito} \end{cases}$$

Uma vez que o supervisor está investigando a possibilidade de aceitar o lote (p < 8%), a hipótese de nulidade H_0 representa a negação do fato que se está investigando ($p \geq$ 8%) e a hipótese alternativa H_1 será o fato a ser comprovado pelos dados da amostra.

Ao tomar a decisão de aceitar ou não o lote, o supervisor se submete a quatro situações diferentes. Com os dados da amostra, o supervisor poderia:

i) decidir aceitar o lote quando a real proporção de peças defeituosas for inferior a 0,08;

ii) decidir não aceitar o lote quando a real proporção de peças defeituosas for superior a 0,08;

iii) decidir aceitar o lote quando a real proporção de peças defeituosas for superior a 0,08;

iv) decidir não aceitar o lote quando a real proporção de peças defeituosas for inferior a 0,08.

Se a escolha for *i*) ou *ii*), então o supervisor estaria tomando a decisão correta.

Se a escolha for *iii*) ou *iv*), o supervisor estaria cometendo erros. E neste caso, a decisão por *iii*) resultaria numa situação mais desfavorável do que a situação do erro *iv*).

O erro cometido na situação *iii*) seria o **erro tipo I**, pois a hipótese H_0 é verdadeira, mas a análise da amostra leva à conclusão de que H_0 deve ser rejeitada.

O erro cometido na situação *iv*) seria o **erro tipo II**, pois a hipótese H_0 é falsa, mas a análise da amostra leva à conclusão de que H_0 não deve ser rejeitada.

Para comprovar o teste de hipóteses sobre a quantidade de peças defeituosas do lote, com base no número de peças defeituosas de uma amostra de tamanho n = 100 unidades[***], são estabelecidas as seguintes hipóteses de decisão:

Rejeitar H_0, se $X \leq 7$ (aceitar o lote);
Não Rejeitar H_0, se $X \geq 8$ (não aceitar o lote),

sendo, X a variável aleatória que denota o número de peças defeituosas da amostra de 100 unidades escolhidas aleatoriamente, sob critérios não-tendenciosos da amostragem estatística.

Denote-se por R: $X \leq 7$ a região de rejeição da hipótese e considere-se $\alpha = P(X \leq 7)$ o nível de significância do teste.

3.2 Ilustração de uma situação prática: os critérios de decisão

Numa situação prática, se o supervisor encontrar, na sua amostra de n = 100 unidades, 6 ou 4 peças defeituosas, como medir a confiança na decisão de aceitar o lote ou não? Como minimizar a ocorrência do **erro tipo I**? E se ele encontrar 3 peças defeituosas, com qual confiança ele aceita todo o lote?

Antes de responder essas questões, observe-se que o fato de encontrar peças com defeito ou não, associa o problema a uma **distribuição de probabilidade**, pois, para n = 100 (valor grande) e p = 0,08 (valor pequeno), a **distribuição normal** é adequadamente aproximada pela **distribuição binomial** (SILVA *et al*, 1997).

Considerando-se α = 5%, o nível de confiança de que o supervisor está tomando a decisão correta será de 95%.

O parâmetro para estimar a proporção é aquele que considera o lote aceitável. Em termos de qualidade, no máximo 8% das unidades do produto poderiam ser defeituosas.

Estabelecidas as proporções p_0 = 8% = 0,08 e $q_0 = 1 - p_0$ = 0,92, aplica-se a mudança de variável para obter a variável reduzida da **distribuição normal** (LEVIN & FOX, 2004), ou seja,

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

Com esta mudança de variável a estatística do teste para a região de rejeição será dada por R: $Z \leq -1{,}645$, pois, numa consulta à tabela normal[****], $Z_{0,05} = 1{,}645$ é o valor obtido em associação ao nível de significância α = 5%

Para rejeitar ou não-rejeitar o lote inteiro com confiança de 95%, o valor observado para Z foi calculado para X = 6, X = 4 e X = 3. Obteve-se, nestas situações particulares, o seguinte:

[***] Valor didaticamente escolhido por simplicidade e sem perder o rigor do método.
[****] Tabela de conversão da **distribuição normal reduzida** que fornece o valor da probabilidade $P(0 < Z < Z_0)$.

1) Se $X = 6$ peças defeituosas na amostra,

$$Z_{obs} = \frac{\frac{6}{100} - 0{,}08}{\sqrt{\frac{(0{,}08)(0{,}92)}{100}}} = -0{,}737 > -1{,}645,$$

ou seja, no nível de significância $\alpha = 5\%$, não rejeitar a hipótese H_0 ($p \geq 0{,}08$).

Assim, com 95% de confiança, o teste conclui que o lote inteiro excede em peças defeituosas.

2) Se $X = 4$ peças defeituosas na amostra,

$$Z_{obs} = \frac{\frac{4}{100} - 0{,}08}{\sqrt{\frac{(0{,}08)(0{,}92)}{100}}} = -1{,}474 > -1{,}645,$$

ou seja, no nível de significância $\alpha = 5\%$, não rejeitar a hipótese H_0 ($p \geq 0{,}08$).

Com 95% de confiança, o lote também não é aceito mesmo com somente 4 peças defeituosas numa amostra de 100 peças. Pois ao considerar que o lote possui um número elevado de peças, ele terá uma **distribuição normal** das peças defeituosas (Teorema do Limite Central) e o valor $Z_{obs} = -1{,}474$ implica que a real proporção de peças defeituosas de todo o lote é superior a 8%.

3) Se $X = 3$ peças defeituosas encontradas na amostra,

$$Z_{obs} = \frac{\frac{3}{100} - 0{,}08}{\sqrt{\frac{(0{,}08)(0{,}92)}{100}}} = -1{,}843 < -1{,}645,$$

ou seja, no nível de significância $\alpha = 5\%$, Z_{obs} encontra-se na região de rejeição da hipótese H_0, assim, com 95% de confiança o supervisor poderia aceitar a hipótese H_1: $p < 0{,}08$, aceitando-se o lote inteiro de peças.

Portanto o teste de hipóteses fornece 95% de confiança para o supervisor decidir aceitar ou rejeitar um lote de peças com elevada quantidade (em geral, desconhecida). Para isso, ele seleciona aleatoriamente amostras com 100 unidades com técnicas de amostragem não-tendenciosa (SMAILES & McGRANE, 2002). Se verificar nesta amostra que a quantidade de peças defeituosas é no máximo 3 unidades, o lote é aceito, caso contrário, o lote não é aceito.

4. Procedimentos estatísticos em controle de qualidade

Para testar hipóteses, é necessário ir além da simples descrição dos dados ou do cálculo das medidas-resumo. É preciso fazer inferências, isto é, tomar decisões com base em dados coletados de apenas uma amostra do grupo maior que se deseja estudar. Fatores como custo, tempo e necessidade adequada muitas vezes impedem de proceder a uma pesquisa mais apurada sobre o grupo todo. Assim, testar hipóteses sobre a amostra e decidir se é correto generalizar os resultados para toda a produção da empresa da qual ela foi extraída, nem sempre é uma tarefa fácil. Erros são inevitáveis, mesmo no caso de a amostra ter sido concebida e executada de maneira adequada (SILVA, 2004).

4.1. Ilustração de uma situação prática: controle de qualidade

A seguir é examinada uma situação de escolha de procedimentos estatísticos para aplicá-los a problemas de pesquisa em controle de qualidade de produtos fabricados por empresas, tendo em vista a linha de produção (SILVA, 2002).

Quando os resultados de uma linha de produção são estáveis num padrão aceitável, dizemos que o sistema está sob controle.

Por exemplo, considere-se que a linha de produção está sob controle durante um período de tempo e que a proporção de peças defeituosas é de 0,05 (5%).

Como um meio de monitorar o processo, um supervisor seleciona 15 unidades fabricadas. A ocorrência de 2 ou mais peças defeituosas será uma evidência para a conclusão "fora de controle".

A probabilidade de assinalar "fora de controle", quando o processo está com p = 0,05, é dada por:

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)].$$

Esse valor corresponde à probabilidade do complementar. Um cálculo desse valor é:

$$P(X \geq 2) = 1 - \left[\binom{15}{0} (0{,}05)^0 (1 - 0{,}05)^{15-0} + \binom{15}{1} (0{,}05)^1 (1 - 0{,}05)^{15-1} \right]$$

$$= 1 - [0{,}46329123 + 0{,}36575623]$$

$$= 1 - [0{,}82904746] = 0{,}17095254,$$

portanto, a probabilidade de o supervisor assinalar "fora de controle" é $P(X \geq 2) = 17{,}1\%$.

Os cálculos da distribuição binomial acima são facilmente obtidos em *softwares* matemáticos, em planilhas eletrônicas ou em pacotes estatísticos que o administrador poderia familiarizar com a utilização dessas ferramentas (MACINTYRE, 2002).

5. Conclusão

A tomada de decisão, em processos decisórios do controle de qualidade de uma empresa, poderia fundamentar-se nos testes de hipóteses para minimizar, num certo nível de significância, a probabilidade de ocorrência do **erro tipo I.**

A distribuição **normal** foi adequadamente aproximada pela distribuição **binomial** ao representar o modelo discreto constituído da amostragem de peças de um determinado lote para averiguação em relação à possível rejeição deste. Uma metodologia eficiente, prática e confiável foi apresentada.

A distribuição **binomial** apresenta-se ainda como uma estatística útil para medir a probabilidade de se caracterizar o "fora de controle" no processo de monitoramento do controle de qualidade.

De caráter geral, modelos matemáticos e estatísticos fornecem estudos quantitativos e qualitativos. Se apoiados no avanço tecnológico, terão uma enorme aplicabilidade nos vários segmentos empresariais. A Matemática contribui para a Administração no acompanhamento de tendências mundiais, pois, ao investir fortemente na construção do saber, é útil para dominar modelos específicos, para inferir diversos resultados e orientar projetos elaborados. Assegura a tomada de decisão e interpreta os fenômenos correlacionados, buscando absorver e aplicar todo o conhecimento que lhe é apresentado.

ABSTRACT

*Mathematical formulations are necessary in the understanding, forecast and control of several elaborated situations. The inspection of quality could find in the stochastic the scientific statement for the process of decision-making. This work exhibits the importance of hypotheses testing and of sampling as instruments of aid for searching the quality of products in several daily situations of companies. There was an approach of the **normal distribution** by the **binomial distribution** in the analysis that minimizes the probability of occurrence of **error type I**, in a certain level of significance α. Results of systems of a production line considered as "under control" are presented as a direct application of the calculation of probabilities.*

***KEYWORDS**: Hypotheses testing. Sampling. Binomial distribution. Production line.*

REFERÊNCIAS

ACHCAR, A. & RODRIGUES, J. *Introdução à estatística para ciências e tecnologias*. São Carlos (SP): Universidade de São Paulo, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, 2000.

CHIAVENATO, I. *Introdução à teoria geral da administração*. 4.ed. São Paulo: Editora Campus, 1997.

FEA-PUCSP. Caos e complexidade na administração [Parte 3]. Organização caótica: a empresa que opera na instabilidade. 25 maio 2004. Disponível em: <www.fea.pucsp.br>.

FIRMIANO, A., *Aplicando a matemática na solução de problemas da administração de empresas*. Limeira (SP): FAAL, 2005. Monografia (MBA em Gestão Empresarial).

GAERTNER, R. *Modelação matemática no 3º grau*: uma estratégia de ensino-aprendizagem de matemática no curso de administração de empresa. Blumenau (SC): Universidade Regional de Blumenau, 1994. Dissertação (Mestrado).

GARRITY, P. *MBA compacto*: matemática aplicada aos negócios. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2000.

GOLDSTEIN, L.J. *et al*. *Matemática aplicada*: economia, administração e contabilidade. Porto Alegre: Editora Bookman, 2003.

GOMES, L.F.A.M. Tomadas de decisão são facilitadas com modelos matemáticos. *Com Ciência*: Revista Eletrônica de Jornalismo Científico, 10 out. 2001. Entrevista disponível em: <www.comciencia.br/entrevistas/modelagem/autran.htm>.

LEVIN, J. & FOX, J. A. *Estatística para ciências humanas*. Pearson Prentice Hall, 2004.

MACINTYRE, A.B.L. *Tecnologia e prazer*: o ensino da matemática aplicada à administração. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2002. Dissertação (Mestrado).

MOORE, D.S. & McCABE, G.P. *Introduction to the practice of statistics*. New York: W. H. Freeman and Company, 1999.

SILVA, E.M. *et al*. *Estatística para os cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis*. Vol. 1 e 2. São Paulo: Editora Atlas, 1997.

SILVA, L.M.A. *Tomada de decisões em pequenas empresas*. São Paulo: Editora Cobra, 2004.

SILVA, V.E.V. A matemática como um estudo de caso para a interdisciplinaridade do curso de graduação em administração. *Revista Nacional da ANGRAD* - Associação Nacional dos Cursos de Graduação em Administração, v. 3, n. 3, jul.-set. 2002.

SMAILES, J. & McGRANE, A. *Estatística aplicada à administração com Excel*. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

VIEIRA, S. *Estatística experimental*. São Paulo: Editora Atlas, 1999.